EXAMEN D'AUTOMATIQUE - SECONDE SESSION
DURÉE: 1H30

L2 SPI-EEA *17 juin 2014*

Les documents et téléphones portables sont interdits.
Toute réponse non justifiée sera comptée comme nulle.

On s'intéresse à l'asservissement d'un chariot de chantier monté sur rails, commandé en force $u(t)$. La vitesse du chariot est notée $v(t)$ et sa position $x(t)$, et toutes deux sont disponibles en tant que mesure (supposées parfaites). Le but de l'exercice est d'exploiter ces deux mesures pour asservir la vitesse du chariot et ensuite sa position.

I. Système en boucle ouverte

On considère le modèle d'évolution de la vitesse suivant :

$$m\,\dot{v}(t) + \mu\, v(t) = 25\, u(t)\ ;\ v(0) = 0, \tag{1}$$

où m la masse (supposée fixe) en kg du chariot, et μ est le coefficient de viscosité de l'air (en $N.m^{-1}.s$).

1. Quel est l'ordre du système ?
2. On trace en Figure 1 l'évolution $v(t)$ lorsque l'on applique une entrée constante $u(t) = 20$. En déduire les valeurs de m et de μ.

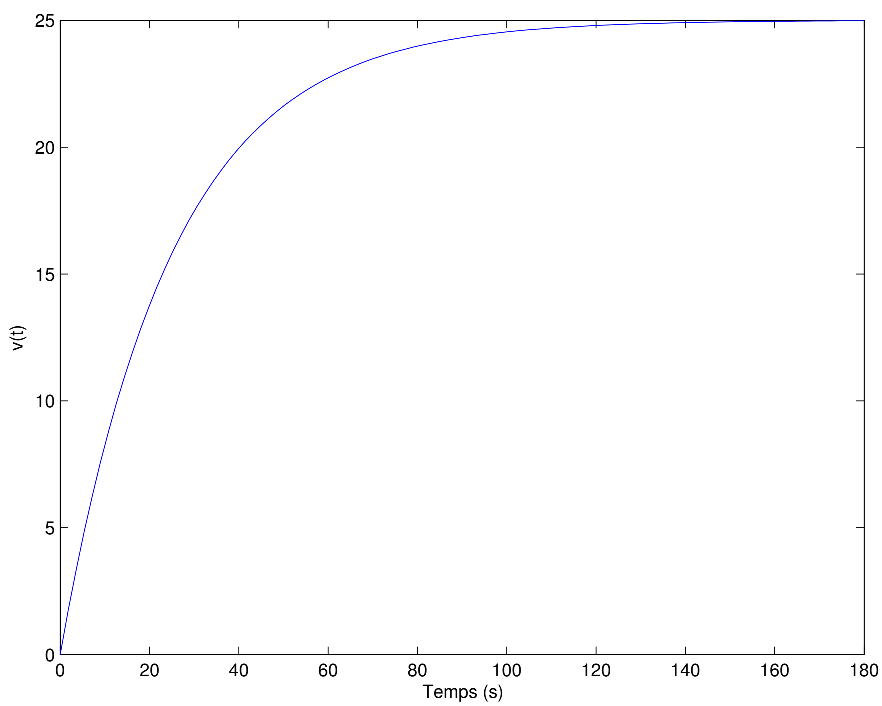

FIGURE 1 – Evolution de $v(t)$ lorsque l'on applique une entrée constante $u(t) = 20$.

Remarque : la grande majorité du sujet peut être traitée sans les valeurs numériques de m et de μ. On prendra en particulier soin de manipuler autant que possible des expressions littérales et d'effectuer les applications numériques en fin de calcul.

II. **Asservissement de la vitesse**

On décide de mettre en œuvre une boucle de correction selon la loi de commande :
$u(t) = k_v\,(v_c(t) - v(t))$, où $v_c(t)$ est la consigne de vitesse.

3. Comment s'appelle un tel correcteur ?
4. Faire le schéma-bloc de la boucle fermée, en faisant apparaître $v_c(t), v(t)$ et $u(t)$. On notera Σ le système physique à contrôler, d'entrée $u(t)$ et de sortie $v(t)$.
5. Ecrire l'équation différentielle du système en boucle fermée et la mettre sous forme canonique.
6. En déduire l'expression de ses paramètres canoniques.
7. Calculer k_v permettant de garantir une erreur statique $\epsilon_p \leqslant 5\%$.
8. Pour cette valeur de k_v, a-t-on un temps de réponse inférieur à 10 secondes ?

III. **Asservissement de la position**

Dans cette partie, k_v est fixé à sa valeur calculée précédemment. Si celui-ci n'a pas été déterminé, on manipulera son expression littérale.

On souhaite désormais asservir la position $x(t)$; pour cela, on met en place un autre correcteur noté k, selon la loi de commande $v_c(t) = k(x_c(t) - x(t))$ où $x_c(t)$ est la consigne en position. La structure globale du système ainsi obtenu est donné en Figure 2.

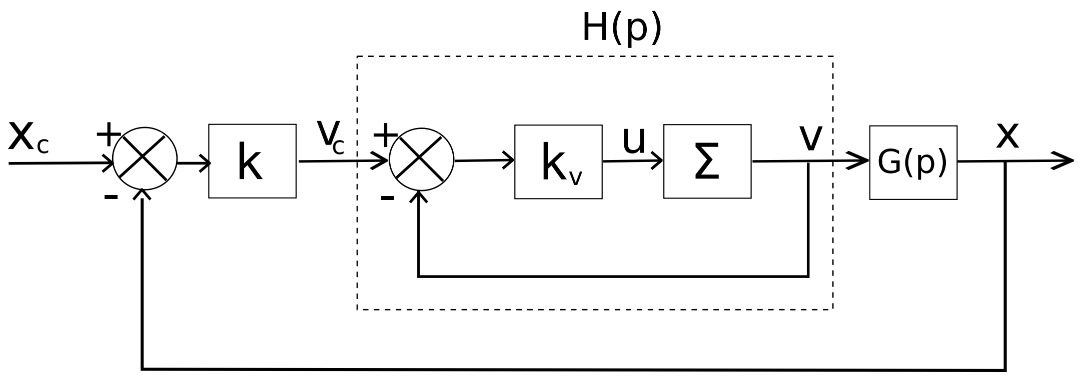

FIGURE 2 – Schéma-bloc du système en boucle fermée complet.

9. En se basant sur la question 5), donner l'expression de $H(p)$, fonction de transfert entre V_c et V.
10. Donner l'expression du bloc $G(p)$, transfert entre la vitesse V et la position X.
11. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du système complet (c'est-à-dire entre X_c et X) en fonction de k.
12. Donner l'ordre de cette fonction de transfert et exprimer ses paramètres canoniques.
13. Comment doit-on choisir ξ pour éviter que le chariot ne déraille lorsqu'on lui demande de se diriger aux extrémités de la voie ferrée ?
14. Calculer la valeur de k permettant de garantir cette valeur de ξ.
15. Le système est-il BIBO-stable pour cette valeur de k ?
16. Que peut-on dire de l'erreur statique (ou erreur de position) de ce système et pourquoi ?
17. Définir ce qu'est l'erreur de traînage (ou de vitesse) et la calculer.
18. Calculer la réponse en vitesse du système asservi, c'est-à-dire calculer l'expression de $x(t)$ lorsque $x_c(t) = t$.