Examen d'Automatique

(sans document et avec la calculatrice non programmable autorisée)

1 Questions indépendantes

Question I.1 Soit le schéma générique d'une boucle fermée représentée sur la figure 1 : Nommez les signaux S_1 à S_5.

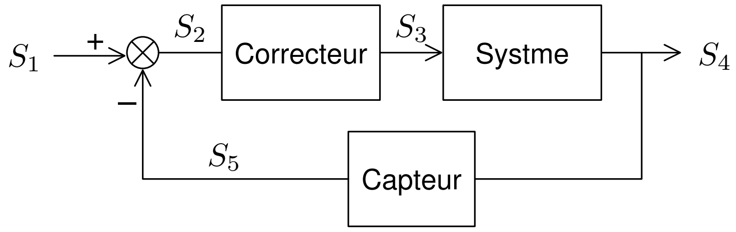


FIGURE 1

Question I.2 Quelle est l'utilité d'une boucle fermée ? Pour répondre à cette question vous pourrez vous appuyer sur votre expérience en travaux pratique d'automatique (Jeu du Lapin).

Question I.3 La figure 2 représente la réponse temporelle d'un système linéaire à temps invariant du premier ordre donné par

$$\tau\dot{x}(t) + x(t) = Ku(t)$$

à une entrée constante $u(t) = U_0$. Indiquez les valeurs de S_1, T_1 et T_2 en fonction des paramètres τ et K.

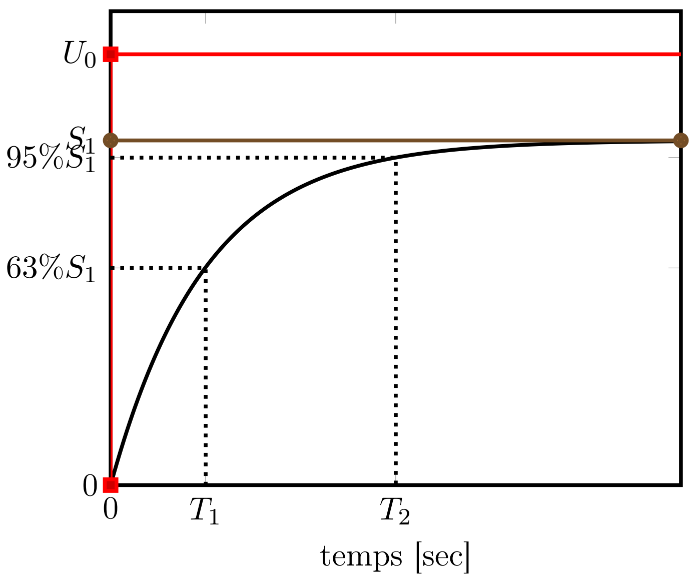


FIGURE 2

Question I.4 Soit l'équation différentielle de second ordre suivante (α, β, γ sont des nombres arbitraires réels).

$$\alpha\ddot{x}(t) + \beta\dot{x}(t) + \gamma x(t) = u(t)$$

Calculez pour cette équation le coefficient d'amortissement, le gain statique et la pulsation propre (appelée aussi pulsation naturelle).

Question I.5 Soit le système dynamique linéaire à temps invariant du second ordre

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = K\omega_n^2 u(t)$$

Les paramètres de ce système sont ξ, ω_n et K.

La réponse temporelle de ce système à une entrée constante est donnée sur la figure 3 ci-dessous.

La modification d'un des paramètres permet d'obtenir les réponses temporelles des tracés 4. Indiquez quel paramètre (un seul parmi ξ, ω_n et K) a été modifié et dans quel sens (augmentation/diminution) pour chacune des nouvelles réponses

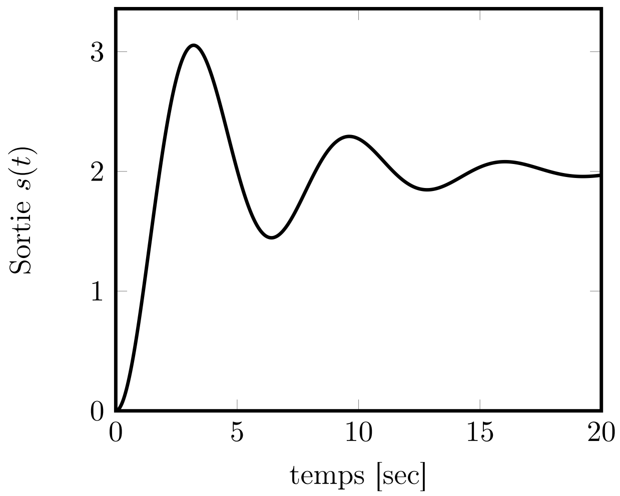
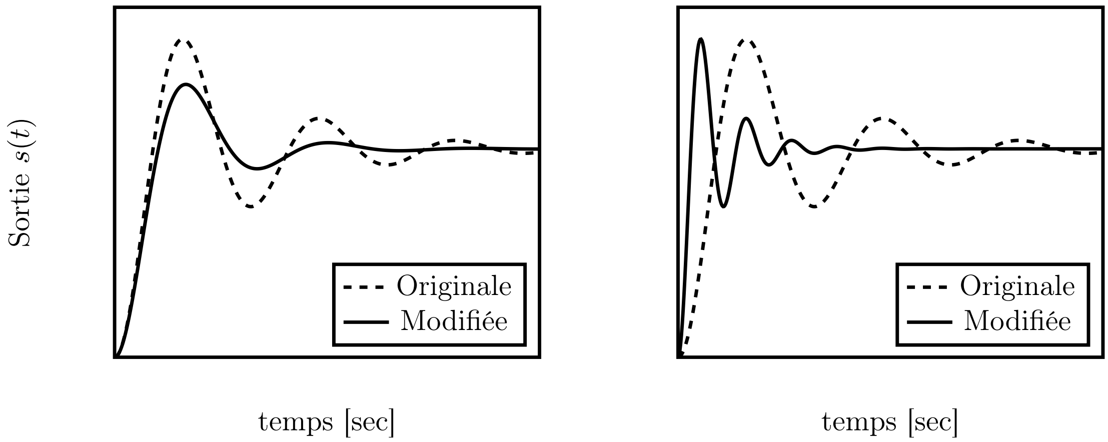


Figure 3 – Réponse du système original



(a) Réponse modifiée 1

(b) Réponse modifiée 2

Figure 4 – Réponse temporelle des systèmes modifiés

2 Problème

Dans ce problème, on souhaite réguler un système dynamique linéaire à temps invariant défini par l'équation différentielle

$$D\dot{\omega}(t) + \omega(t) = Bv(t).$$

Le système est mû par un actionneur dont la dynamique est donnée par

$$C\dot{v}(t) + v(t) = u(t).$$

Question II.1 Montrez que la dynamique du système entre le signal $u(t)$ et $\omega(t)$ est décrit par

$$CD\ddot{\omega}(t) + (C + D)\dot{\omega}(t) + \omega = Bu(t)$$

On asservit le processus grâce à la loi de commande de type proportionnelle suivante

$$u(t) = A(\omega_{ref}(t) - \omega(t))$$

Question II.2 Tracer le schéma-bloc fonctionnel de l'asservissement entre ω_{ref} et ω.

Question II.3 En déduire l'équation différentielle de cette boucle fermée.

Les spécifications techniques amène caractériser l'asservissement par l'équation différentielle suivante ($B = 3$, $C \approx 0.101$ et $D \approx 9.898$) :

$$\ddot{\omega}(t) + 10\dot{\omega}(t) + (1 + 3A)\omega(t) = 3A\omega_{ref}(t)$$

Question II.4 Le système ainsi asservi est-il stable pour le choix du gain de correction $A = 1$?

Question II.5 Calculez la réponse $\omega(t)$ pour une référence constante $\omega_{ref} = \omega_0$ pour des conditions initiales nulles.

Question II.6 Déduire de la question précédente l'erreur de position en régime permanent.

Question II.7 Calculer A de façon à ramener l'erreur de position à une valeur de 5%.

Question II.8 La valeur de A, calculée à la question précédente, qui permet-elle de conserver une réponse du système asservi apériodique ?