

Les documents et téléphones portables sont interdits.

Important : - Toute réponse non justifiée sera comptée comme nulle.

- De nombreuses questions sont indépendantes et peuvent être traitées séparément !

Exercice 1 (Questions de cours)

Ces questions ne nécessitent aucun calcul complexe.

1. Qu'est-ce qu'un système BIBO-stable? Un système masse-ressort, d'entrée f (force appliquée) et de sortie x (allongement du ressort) est-il un système BIBO stable, et pourquoi?
2. Qu'est-ce qu'une erreur de traînage? (une réponse rigoureuse est demandée).
3. Un système en boucle fermée a pour fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{3p + 1}{p^3 + 4p^2 + 5p + 3}. \quad (1)$$

Que vaut l'erreur de position?

Exercice 2 Soit le système d'entrée $u(t)$ et de sortie $x(t)$ régi par l'équation différentielle suivante :

$$x'(t) + \frac{1}{3}x(t) = 2u(t). \quad (2)$$

Etude du système

1. Quel est l'ordre de ce système?
2. Donner la fonction de transfert de ce système, que l'on notera $G(p) = \frac{X(p)}{U(p)}$, et identifier ses paramètres canoniques.
3. Donner l'expression de $X(p)$ en fonction de p lorsque l'entrée u est un échelon unitaire.
4. En déduire l'expression de la réponse indicielle par utilisation de la transformation de Laplace inverse.

N.B. aucun calcul utilisant la résolution de l'équation différentielle n'est accepté pour cette question.

Etude d'un rebouclage unitaire

On construit une boucle fermée unitaire de ce système, comme indiqué en Figure 1.

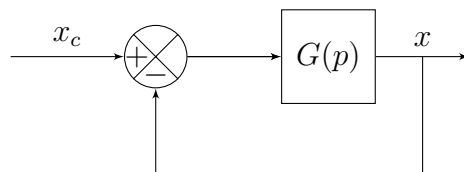


FIGURE 1 – Système avec rebouclage unitaire.

5. A quel correcteur trivial une telle boucle fermée correspond-elle ? (on donnera son nom et sa valeur).
6. Calculer la fonction de transfert de ce système en boucle fermée.
7. Quel est son temps de réponse à 5% ?
8. Que vaut l'erreur de position ?

Mise en place d'un correcteur proportionnel

On met en place un correcteur proportionnel dont on rappelle la loi de commande : $u(t) = k \varepsilon(t) = k(x_c(t) - x(t))$, $k \in \mathbb{R}$.

9. Faire le schéma bloc de la boucle-fermée avec un tel correcteur en faisant apparaître distinctement la consigne x_c , l'erreur ε , la sortie x et la commande u .
10. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée en fonction de k .
11. Est-on garanti que ce système ne présente aucun dépassement dans sa réponse indicielle et si oui pourquoi ?
12. Calculer le correcteur k garantissant une erreur de position égale à 2%.

Etude de l'impact d'une chaîne de mesure

Dans cette partie, k est fixé à 8.

Jusqu'à présent, la mesure de x a été supposée parfaite. On s'intéresse dans cette section à l'influence d'un capteur dont la dynamique (filtrage principalement) est donnée par la fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{X_m(p)}{X(p)} = \frac{1}{1 + \tau p}, \quad (3)$$

où x_m est la mesure de x renvoyée par le capteur et $\tau > 0$ la constante de temps du filtre. On a alors la structure en boucle fermée donnée en Figure 2.

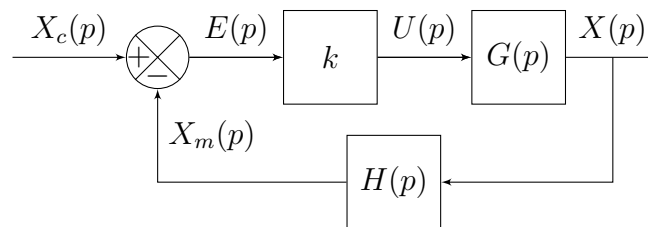


FIGURE 2 – Système en boucle fermée.

13. Calculer la fonction de transfert entre X_c et X de ce système en fonction de k , $G(p)$ et $H(p)$ dans un premier temps, puis en fonction de τ et de p uniquement.
14. Vers quelle fonction de transfert tend-on lorsque la constante de temps τ tend vers 0 ? Cela vous paraît-il logique et pourquoi ?
15. Donner l'expression de l'amortissement du système en fonction de τ (on s'intéressera à mettre le dénominateur sous forme canonique sans se soucier de la forme inhabituelle du numérateur).
16. Donner la valeur de l'amortissement pour $\tau = 0.01$, puis 0.1 et 1 ; que constate-t-on et quelle sera la conséquence sur la réponse indicielle en terme d'asservissement ?
17. Sachant qu'une telle opération de filtrage (lissage) introduit un retard dans l'acquisition de la mesure, proposez une explication intuitive de ce constat.